FACULDADE DE VIÇOSA
ADMINISTRAÇÃO FINANCEIRA I – DAD 210

MATEMÁTICA FINANCEIRA

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

1 – Juros e Capitalização Simples
- 2.1 – Conceito de juro, capital e taxa de juros
- 2.2 - Capitalização Simples
  - 2.2.1 – Conceito
  - 2.2.2 - Cálculo dos juros
  - 2.2.3 - Montante

2 – Capitalização Composta
- 3.1 – Conceito
- 3.2 - Montante
- 3.3 – Taxas equivalentes

3 – Descontos e Taxa de desconto
- 4.1 – Conceito
- 4.2 – Desconto simples
- 4.3 – Desconto Composto

4 – Taxas Nominais, Efetivas, Reais e Aparente.

5 – Série de Pagamentos
- 6.1 – Grupo de Rendas Uniformes
- 6.1.1 – Amortizações
- 6.1.2 – Capitalizações

6 – Sistemas de Amortização
- 7.1 – Introdução
- 7.2 – Sistema de Amortização Constante (SAC)
- 7.3 – Sistema de Francês de Amortização (Tabela Price)
- 7.4 – Sistema de Amortização Americano (SAA)

8 – Orçamento de Capital – Avaliação de Investimentos
- 8.1 – Classificação de Investimentos
- 8.2 – Métodos e Técnicas de Análise de Investimentos

BIBLIOGRAFIA:

1) **Dutra Vieira Sobrinho, José. Matemática Financeira. 7ª Edição - Atlas**

1 - Juros e Capitalizações Simples:

1.1 **Conceito de Juros, capital e taxa de juros:**

Juros: Os juros são determinados através de um coeficiente referido a um dado intervalo de tempo. Tal coeficiente corresponde à remuneração da unidade de capital empregado por um prazo igual àquele da taxa.

Assim, por exemplo, falamos em 12% ao ano. Neste caso, a taxa de juros de 12% ao ano significa que, se empregarmos um certo capital àquela taxa por um ano, obteremos 12% do capital.

Capital: é o valor monetário que será aplicado ou emprestado. É também chamado de principal.

Taxa de Juros: A taxa de juro é o coeficiente que determina o valor do juro, isto é, a remuneração do fator capital utilizado durante certo período de tempo.
A taxa de juros se refere sempre a uma unidade de tempo (mês, semestre, ano, etc.) e pode ser representada equivalentemente de duas maneiras: percentual e unitária.

1.2 Capitalização ou Juros Simples:

1.2.1 – Conceito: Juro simples é aquele calculado unicamente sobre o capital inicial.

- Cálculo do Juro: A remuneração pelo capital inicial aplicado é diretamente proporcional ao seu valor e ao tempo de aplicação. O fator de proporcionalidade é a taxa de juros.

EXEMPLO: Suponha que se tome emprestada a quantia de $1.000,00 pelo prazo de 2 anos e à taxa de 10% a.a. (ao ano). Qual será o valor a ser pago como juro?

FÓRMULA BÁSICA:
$J = C \cdot i \cdot n$

Capital Inicial (C) = $1.000,00
Taxa de juro (i) = 10% a.a.
Número de períodos ou tempo (n) = 2 anos

Forma Unitária: 1.000,00 X 0,10 X 1 = $100,00 (valor do juro por ano).
Como são 02 anos: $100,00 X 2 = $200,00

Então, \$200,00 é o valor do juro cobrado no período.

Da fórmula básica: $J = C \cdot i \cdot n$ obteremos mais três fórmulas:

$C = J / in$ $\quad\quad$ $i = J / Cn$ $\quad\quad$ $n = J / Ci$

- Montante: Define-se como montante de um capital, aplicado à taxa *"i"* e pelo prazo de *"n"* períodos, como sendo a soma do juro mais o capital inicial.
Sendo C o principal, aplicado por *n* períodos e à taxa de juros *i*, temos o montante (M) como sendo:

$M = C + J$

Então: $\quad M = C (1 + in)$

1.3 - TAXA PROPORCIONAL:

Consideramos duas taxas de juros arbitrárias i1 e i2 relacionadas respectivamente aos períodos n1 e n2, referidos à unidade comum de tempo das taxas.
Estas taxas se dizem proporcionais se houver a igualdade de quociente das taxas com o quociente dos respectivos períodos, ou seja, se

$$\frac{i1}{i2} = \frac{n1}{n2}$$

Como em uma proporção temos o produto dos meios igual ao produto dos extremos, então:
$i1n2 = i2n1$

Ou seja, podemos escrever a fórmula do seguinte modo:

$$\frac{i1}{n1} = \frac{i2}{n2}$$

<u>Exemplo:</u> Verificar se as taxas de 5% ao trimestre e de 20% ao ano são proporcionais:

i1 = 5% a.t. = 0,05 a.t.
i2 = 20% a.a. = 0,20 a.a.

n1 = 3 meses
n2 = 12 meses

Como: $\frac{i1}{i2} = \frac{n1}{n2}$

Substituindo-se os valores: $\frac{0,05}{0,20} = \frac{3}{12}$

Se o produto dos meios for igual ao produto dos extremos (como é) as taxas são proporcionais.

2 – JUROS E CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA:

2.1 – Conceito:

O Juro gerado pela aplicação será incorporado à mesma, passando a participar da geração de juros no período seguinte.
O Juro Composto é conhecido popularmente como juros sobre juros, o que é praticado pelos bancos e cartões de créditos.

2.2. Cálculo dos juros:

- ***Sabemos que o montante é igual à soma do principal (C_0)*** aos juros que a aplicação rende, no prazo considerado e à taxa de juros estipulada.
- Poderíamos calcular os juros período a período, mas.... Gastaríamos muito tempo!
- Por isso utilizamos a fórmula:

$$\mathbf{J_n = C_0\,[(1+i)^n - 1]}$$

EXEMPLO: Qual o juro pago no caso do empréstimo de R$1.000,00 à taxa de juros compostos de 2% a.m. e pelo prazo de 10 meses?

C0 = 1.000
i = 2% am
n = 10

Como: $\mathbf{J_n = C_0\,[(1+i)^n - 1]}$

$J_{10} = 1.000\ [(1 + 0{,}02)^{10} – 1]$

$J_{10} = 1.000\ [1{,}21899 – 1]$

$J_{10} = 218{,}99$

2.3 – Montante:

Suponhamos que tenhamos que fazer esse cálculo mês a mês durante cinco anos...

Pode-se obter o montante ao final de **n** períodos à taxa ***i*** de juros, pela fórmula:

$$C_n = C_0\ (1 + i\ )^n$$

$$M = C_0\ (1 + i\ )^n$$

Onde:
Cn = Capital após n períodos = M - Montante
C0 = Capital no momento 0 ou principal
i = taxa
n = períodos

◆O cálculo do Montante pode ser feito facilmente passo a passo, desde que se utilize em cada período o montante do período anterior, como vimos no exemplo anterior.

Atenção:

◆Nesta fórmula a taxa de juros *i* refere-se à mesma medida de tempo utilizada para os *n* períodos e, além disto, deve ser expressa na forma unitária**.**

Exemplo:

◆Uma pessoa toma emprestado R$1.000,00, a juros de 2% a.m. pelo.prazo de 10 meses com capitalização composta. Qual o montante a ser pago?

$C_0 = 1.000{,}00$ i = 2% am   n = 10 meses $\mathbf{C_n = C_0\ (1 + i\ )^n}$

$C_{10} = 1.000\ (1 + 0{,}02)^{10}$
$C_{10} = 1.218{,}99$
M = 1.218,99

2.4 – Diferença entre Juro Simples e Composto:

Vejamos o exemplo: Seja um principal de R$1.000,00 aplicado à taxa de 20% ao ano, por um período de 4 anos a juros simples e compostos.

	Juros Simples		Juros Compostos	
N	Juro por período	Montante	Juro por período	Montante
1	1.000 X 0,2 = 200	1.200	1.000 X 0,2 = 200	1.200
2	1.000 X 0,2 = 200	1.400	1.200 X 0,2 = 240	1.440
3	1.000 X 0,2 = 200	1.600	1.440 X 0,2 = 288	1.728
4	1.000 X 0,2 = 200	1.800	1.728 X 0,2 = 345	2.074

$M = C(1 + i)^n$
$M = 1.000\ (1 + 0{,}20)^4$
$M = 1.000 \times (1{,}20)^4$
$M = 1.000 \times 2{,}07360$
$M = 2.073{,}60$

2.5 – TAXAS EQUIVALENTES:

Duas taxas se dizem equivalentes se, aplicadas a um mesmo capital e pelo mesmo intervalo de tempo, ambas produzirem o mesmo juro.

Então, taxas equivalentes são aquelas que, referindo-se a períodos de tempo diferentes, fazem com que um capital produza o mesmo montante num mesmo tempo.

Para descobrirmos a taxa equivalente que queremos devemos tomar por base a taxa que temos.

Utilizaremos para isso, a fórmula:

$$\boxed{i_q = [\ (1+i_t)^{q/t} - 1\ ]\ \times 100}$$

Onde:

i_q = taxa equivalente (taxa que eu quero, mensal, anual, diária, semestral, etc)
i_t = taxa que eu tenho (taxa dada)
q/t = o prazo que eu quero sobre o prazo que eu tenho

Vejamos alguns exemplos:

a) Dada a taxa de juros de 9,2727% ao trimestre, determinar a taxa de juros compostos equivalente mensal.

i trimestral = 9,2727% ou 0,092727
n = 3 meses

$$\mathbf{i_q = [\ (1+i_t)^{q/t} - 1\ ]\ \ X\ 100}$$

$i_q = [\ (1 + 0{,}092727)^{1/3} - 1\ ]\ X\ 100$

$i_{q = [\ 1,03 - 1\ ]\ X\ 100}$

$i_{q = 3\%}$ am.

b) Qual a taxa trimestral equivalente a 30% ao ano?

i anual = 30% n = 12 meses

$$\mathbf{i_q = [\ (1+i_t)^{q/t} - 1\ ]\ \ X\ 100}$$

$i_q = [\ (1 + 0{,}30)^{3/12} - 1\ ]\ X\ 100$

$i_{q = [\ 1,0678 - 1\ ]\ X\ 100}$

$i_{q = 6,78\%}$ ao trimestre

c) Qual é a taxa anual equivalente a 2% ao mês?

i mensal = 2% n = 01 mês

$$\mathbf{i_q = [\ (1+i_t)^{q/t} - 1\ ]\ \ X\ 100}$$

$i_q = [\ (1 + 0{,}02)^{12/1} - 1\ ]\ X\ 100$

$i_{q = [\ 1,2682 - 1\ ]\ X\ 100}$

$i_{q = 26,82\%}$ ao ano

d) Se um capital de R$1.000,00 puder ser aplicado às taxas de juros compostos de 10% ao ano ou de 33,1% ao triênio, determinar a melhor aplicação.

Para determinarmos a melhor aplicação, vamos aplicar o capital disponível às duas taxas e por um mesmo prazo. Façamos a aplicação por 3 anos, que é o período da Segunda taxa.

1º) Aplicando a taxa de 10% ao ano:

$C_3 = 1.000, (1 + 0,10)^3$

$C_3 = 1.331,00$

2º) Aplicando a taxa de 33,1% ao triênio, por um triênio:

$C_1 = 1.000, (1 + 0,331)^1$

$C_1 = 1.331,00$

- Se ambas as taxas rendem o mesmo valor de juros, quer dizer que são equivalentes.

PARA PRATICAR:

1) Determine as taxas, mensal, trimestral, semestral e anual equivalentes à taxa de:

a) 30% a.a. b) 20% a.s. c) 8% a.t. d) 3% a.m.

2) Qual a taxa bimestral equivalente a 50% ao ano?

3) Calcular a taxa de juros trimestral equivalente à 24% a.a.:

4) Calcular a taxa quadrimestral equivalente à 33% ao biênio.

5) Qual é a taxa bimestral equivalente à 28,2% a.a.?

6) Calcule a taxa bimestral equivalente à 2,25% ao trimestre.

3 - DESCONTO E TAXA DE DESCONTO:

3.1 **-** Conceito**:** Desconto é o abatimento concedido ou recebido quando da antecipação de pagamentos de títulos ou do resgate de aplicações antes do vencimento. Desconto é a quantia a ser abatida do valor nominal, isto é, a diferença entre o valor nominal e o valor atual.

- Valor nominal é o valor indicado no título (importância a ser paga no vencimento)
- Valor atual é o líquido pago (ou recebido) antes do vencimento.

3.2 - Desconto Simples**:**

Definição: é aquele valor que se obtém pelo cálculo do juro simples sobre o *valor nominal* do compromisso que seja saldado ***n*** períodos antes de seu vencimento.

N = valor nominal (ou montante)
D = desconto comercial ($)
A = valor atual comercial ou valor descontado comercial
n = tempo
d = taxa de desconto (%)
i = taxa de juros (%)

Formulas para Desconto Simples

A = N – D

Em função de d (taxa de desconto)
D = N.d.n
A = N(1- dn)

Em função de i (taxa de juros)
D = A.i.n
A = N/(1 + in)

Exemplo 1: Qual o valor do desconto de um título de valor nominal de R$ 4.000,00 que foi descontado 40 dias antes de seu vencimento a juros simples de 6 % a.m..

Exemplo 2: Qual é o valor atual de um título, cujo valor nominal é de R$3.000,00 e que foi descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de desconto de 6% a.m.?

3.3 **–** Desconto composto:

Conceito: É o abatimento que obtemos ao saldar um compromisso antes de seu vencimento.

Empregamos o desconto composto para operações a longo prazo, já que a aplicação do desconto simples comercial, nesses casos, pode levar-nos a resultados sem nexo.

3.3.1 – Cálculo do valor atual (valor nominal menos o desconto):

Valor atual, em regime de juro composto, de um capital **N** disponível no fim de **n** períodos, à taxa **i** relativa a esse período, é o capital **A** que, colocado a juros compostos à taxa **i**, produz no fim dos **n** períodos o montante **N**.

Daí, utilizaremos a fórmula: $\mathbf{A = N\,(1 + i)^{-n}}$

Onde: $(1+i)^{-n}$ é o fator de descapitalização

EXEMPLO: Determinar o valor atual de um título de R$80.000, saldado 4 meses antes de seu vencimento à taxa de desconto composto de 2% ao mês.

N = 80.000,
n = 4 meses
i = 2% a.m ou 0,02 ao mês
$A = 80.000\,(1 + 0{,}02)^{-4}$
A = 80.000 (0,92385)
A = 73.908,00

3.3.2 – Valor atual (A) e Valor nominal (N):

- Valor Atual corresponde ao valor da aplicação em qualquer data anterior à do vencimento.
- Valor Nominal é o valor do título na data de seu vencimento.

Vejamos estes conceitos aplicados ao regime de juros compostos: seja o montante dado (C_n), queremos saber qual é o valor atual com compromisso na data zero.

O valor atual pode ser calculado em qualquer data anferior à do montante.
O cálculo do valor atual é uma operação inversa do cálculo do montante. Assim, o valor atual, aplicado à taxa de juros compostos contratada (i), da data do valor atual até à data do vencimento, reproduz o valor nominal.

Fórmulas para desconto composto:

A = N – D

Em função de d (taxa de descontos)
$D = N\,(1- (1-d)^n)$
$A = N\,(1- d)^n$
Em função de i (taxa de juros)

$D = N\,(1-(1+ i)^{-n})$

$A = N/(1+i)^n$

Vejamos alguns exemplos:

1. Por quanto devo comprar um título vencível daqui a 5 meses, com valor nominal de R$1.131,40, se a taxa de juros compostos corrente for de 2,5 am?

N = 1.131,40
i = 2,5% am.
n = 5 meses

$$\mathbf{A} = \frac{N}{(1+i)^n}$$

$$A = \frac{1.131,40}{(1+0,025)^5}$$

$$A = \frac{1.131,40}{(1,131408)}$$

A = 1.000,00

2. Calcule o valor atual de um título de valor nominal R$112.000, com vencimento para 2 anos e 6 meses, à taxa de juros de 18% ao semestre.

N = 112.000,
i = 18% ao semestre
n = 2 anos e 6 meses, ou 5 semestres
A = ?

$$\mathbf{A = N\ (1 + i)^{-n}}$$

$A = 112.000, (1 + 0,18)^{-5}$
A = 112.000, (0,4371)
A = 48.956,23

3. Qual o desconto composto que um título de R$50.000, sofre ao ser descontado 3 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros de 2,5% ao mês?

N= 50.000,
n = 3 meses
i = 2,5 % ao mês

$$\mathbf{A = N\ (1 + i)^{-n}}$$

$A = 50.000, (1 + 0,025)^{-3}$
A = 50.000, (0,9286)
A = 46.429,97

Desconto = Valor Nominal (N) – valor atual (A)

Desconto = 50.000,00 – 46.429,97

Desconto = 3.570,03

PRATICANDO: Utilizar taxa de juros (i)

1) Um título de valor nominal R$150.000,00 foi resgatado 3 meses antes de seu vencimento, tendo sido contratado à taxa de 2,5% ao mês. Qual foi o desconto concedido?

2) Em uma operação de desconto composto, o portador do título recebeu R$36.954,00 como valor de resgate. Sabendo que a antecipação foi de 4 meses e a taxa utilizada foi de 2% ao mês. Qual o valor nominal do título?

3) Qual o desconto composto dado a um título de R$11.200,00, pago 05 meses antes do seu vencimento, sabendo que a taxa utilizada é de 3,5% ao mês?

4) Determine o valor atual de um título de R$98.000, saldado 3 dias antes de seu vencimento, à taxa de juros compostos de 0,5% ao dia.

5) Calcule o desconto obtido em um título de valor nominal de R$380.000,00, resgatado 8 meses antes de seu vencimento, sendo a taxa de juros em regime de juro compostos, de 2,5% ao mês.

6) Um título de valor nominal igual a R$7.300, para 90 dias deverá ser substituído por outro para 150 dias. Calcule o valor nominal do novo título, à taxa de 2,5% ao mês.

7) Determine o valor do desconto composto e o valor atual de um título de R$50.000, disponível dentro de 40 dias, à taxa de 3% ao mês.

8) Uma duplicata foi descontada pelo valor de R$234.375,00 cinqüenta dias antes de seu vencimento, à taxa de 45% ao ano. Qual o seu valor nominal?

9) Calcule o valor nominal de um título com vencimento para 60 dias, sabendo que o desconto composto, à taxa de 3% ao mês, é de R$408,00.

4) TAXAS NOMINAIS, EFETIVAS, REAIS E APARENTES:

TAXA NOMINAL:

Vimos que o juro só é formado no final de cada período. Entretanto, são frequentes, na prática, enunciados do tipo:

- juros de 48% ao ano capitalizados semestralmente;
- juros de 36% ao ano capitalizados mensalmente.

Tais enunciados caracterizam o que se convencionou chamar de taxas nominais.

Assim:

Taxa nominal, é em geral, uma taxa anual.

Para resolvermos problemas que trazem em seu enunciado uma taxa nominal, adotamos, por convenção, que a taxa por período de capitalização seja proporcional à taxa nominal.

Exemplo: Qual o montante de um capital de R$50.000, no fim de dois anos, com juros de 24% ao ano, capitalizados trimestralmente?

$i = \frac{0,24}{4} = 0,06$ a.t.

$M = Co\,(1 + i)^n$
$M = 50.000,\,(1 + 0,06)^8$
$M = 79.692,40$

TAXA EFETIVA:

É evidente que, ao adotarmos a convenção, a taxa anual paga não é oferecida e, sim, maior. Essa é a **taxa efetiva**.

Quando oferecemos 6% ao ano e capitalizamos semestralmente a 3%, a taxa de 6% é, a taxa nominal. A taxa efetiva é a taxa anual equivalente a 3% semestrais. Logo, calculando a taxa equivalente encontraremos a **taxa efetiva**.

$$\boxed{i_f = (1 + i/k)^k - 1}$$

onde: if – taxa efetiva
i = taxa nominal
k = número de capitalizações para um período da taxa nominal

Exemplo: Uma taxa nominal de 18% ao ano é capitalizada semestralmente. Calcule a taxa efetiva.
$I_f = (1 + 0{,}18/2)^2 - 1 = 0{,}1881$ ou 18,81% ao ano

TAXA REAL E TAXA APARENTE:

Denominamos taxa aparente aquela que vigora nas operações correntes.

Quando não há inflação, a taxa aparente é igual à taxa real; porém, quando há inflação, a taxa aparente é formada por dois componentes: um correspondente a inflação e outro correspondente ao juro real.

Sendo:
C = Capital inicial
r = a taxa real
i = a taxa aparente
I = a taxa de inflação

Fórmula para cálculo da taxa aparente: $\mathbf{i = ((1 + r)(1 + I)) - 1}$

Exemplo: Qual deve ser a taxa aparente correspondente a uma taxa real de 0,8 % a. m. e uma inflação de 20% no período?

$i = ((1 + 0{,}008)(1 + 0{,}20)) - 1$
$i = ((1{,}008)(1{,}20)) - 1$
$i = 1{,}2096 - 1$
$i = 0{,}2096$ ou 20,96%

5) SÉRIES DE PAGAMENTOS:

Também conhecido como seqüência de pagamentos, equivalência de capitais ou simplesmente rendas, série de pagamentos é o capítulo de nossa disciplina que se dedica ao estudo da formação de um montante ou da liquidação de uma dívida através de pagamentos parcelados (prestações).

Dentre os vários tipos de séries existentes, vejamos primeiramente a série de pagamentos uniformes.

As principais características das rendas uniformes são:

1ª) As prestações têm que ser iguais e sucessivas durante todo o período da renda;

2ª) Os períodos da renda têm que ser iguais e constantes durante todo o período;

3ª) A taxa envolvida no cálculo de renda tem que ser sempre uma taxa efetiva (taxa de juros compostos) e compatível com a periodicidade da renda.

5.1 – Grupos de rendas uniformes:

O cálculo da renda é dividido em dois grupos cuja a identificação se dá pelo cálculo a ser procurado; ou seja, se a procura for para valores presentes (PV) então estamos praticando amortizações.

Se o cálculo estiver voltado à procura de valores futuros (FV) então estamos praticando capitalizações.

5.1.1 – Amortizações:

A amortização é o estudo da liquidação de uma dívida, representada por um empréstimo ou compra de um bem, através de pagamentos parcelados.

Levemos em consideração o seguinte:

a) O primeiro pagamento ocorre no fim do primeiro período;
b) A mais importante característica é que o PV sempre cairá um período antes do primeiro pagamento, não importando a posição deste na série;
c) Todas as prestações nesta modalidade de renda sofrem incidências de juros;

FÓRMULA PARA AMORTIZAÇÕES IMEDIATAS OU POSTECIPADAS:

$$PV = PMT \; \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \; . \; i}$$

Exemplos:

1) Qual o valor da prestação que deverá ser cobrado por um financiamento de uma moto que custa à vista R$3.900,00 e está sendo financiada em 10 meses à uma taxa de 8% a. m.?

PV = 3.900,
n = 10 meses
i = 8% a.m.
PMT = 581,22

$$3.900, = PMT\ \frac{(1+0,08)^{10}-1}{(1+0,08)^{10}.0,08}$$

3.900, = PMT (6,71)

$$PMT = \frac{3.900}{6,71} = 581,22$$

2) Um aparelho de som está sendo vendido em 9 pagamentos mensais de R$150,00, capitalizados à uma taxa de 7% a. m., sendo que o primeiro pagamento se deu no quatro mês. Calcule o valor do financiamento.

n = 9
PMT = 150,00
i = 7% a.m.
PV = ?

$$PV = 150\ \frac{(1+0,07)^{9}-1}{(1+0,07)^{9}.0,07}$$

PV = 977,28

OBS: Esse valor está um período antes do primeiro pagamento, ou seja, no terceiro mês, portanto temos que descapitalizar esse valor para mais 3 meses, para isso usaremos a fórmula:

$$\boxed{PV = \frac{FV}{(1+i)^n}}$$

$$PV = \frac{977,28}{(1+0,07)^3}$$

PV = 797,75

3) Ester quer comprar um vestido que está a venda em uma loja, por 6 prestações de R$25,00 cada, à uma taxa de 3,5% a. m. Sendo o primeiro pagamento para o 3º mês, calcule o valor do financiamento.

PV = ?
n = 6
PMT = 25,00
i = 3,5% a.m.

$$PV = 25 \quad \frac{(1 + 0{,}035)^6 - 1}{(1 + 0{,}035)^6 . 0{,}035} \qquad \mathbf{PV = 133{,}21}$$

$$\mathbf{PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}}$$

$$PV = \frac{133{,}21}{(1 + 0{,}035)^2}$$

PV = 124,35

ENTRADA:

É qualquer valor monetário oferecido pelo comprador (ou exigido pelo vendedor) cujo objetivo é reduzir o valor financiado e ou o valor das prestações a serem pagas. Como conseqüência da entrada teremos para o vendedor: minimização do risco; menor sobrecarga no capital de giro.

Deve ser observado que quando tivermos <u>o valor da entrada coincidindo com o valor da prestação</u>, teremos então, não uma entrada, mas um pagamento antecipado.

Amortizações Antecipadas:

Este tipo de renda caracteriza pela forma em que se dá o primeiro pagamento, sendo este efetuado no ato da compra, normalmente, chamado de entrada, ao mesmo valor das prestações.

Para cálculos de financiamentos com entradas (iguais ao valor das prestações), utilizaremos a seguinte fórmula:

$$\boxed{\mathbf{PV = PMT \ \frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i)^{n-1} . i}}}$$

Exemplos:

1) Qual o valor do financiamento que está sendo liquidado em cinco pagamentos iguais de R$1.000,00, sendo o primeiro efetuado no ato, capitalizados a 10% ao mês.

PV = ?
PMT = 1.000,00 por mês
n = 5 pagamentos
i = 10% a. m.

$$PV = 1.000,00 \; \frac{(1 + 0,10)^5 - 1}{(1 + 0,10)^{5-1} . 0,10}$$

PV = 4.169,86

2) Qual o valor da motocicleta que está sendo vendida em 6 pagamentos iguais de R$850,00, sendo o primeiro efetuado no ato, a uma taxa de 6% ao mês?

PV = ?
PMT = 850,00
n = 6
i = 6% ao mês

$$PV = 850,00 \; \frac{(1 + 0,06)^6 - 1}{(1,06)^5 . 0,06}$$

PV = 4.430,50

Observemos o seguinte:

a) Como foi definido em “entradas”, o primeiro pagamento se dá no momento 0, ou seja, no ato da compra;
b) A característica mais importante de ser observada é que o PV sempre cairá sobre o primeiro pagamento, independentemente da posição deste na série.
c) Excluindo o primeiro pagamento, todos os demais sofrem incidência de juros.

Exemplo: Qual o valor da prestação que está sendo pedida pela compra de uma geladeira que custa R$1.300,00, financiada em 10 parcelas iguais, sendo a primeira paga no ato da compra, todas capitalizadas à uma taxa de 151,817% a.a.?

PMT = ?
PV = 1.300,00
i = 151,817% a. a.

n = 10 PAGAMENTOS MENSAIS

PRECISAMOS ENCONTRAR A TAXA EQUIVALENTE PARA MÊS:

i_q = 8% a.m.

Após encontrada a taxa equivalente, aplicamos a fórmula de PV com entrada:

$$1.300,00 = PMT \frac{(1 + 0,08)^{10} - 1}{(1+ 0,08)^{10-1}.0,08}$$

PMT = 179,39

IMPORTANTE:

Para fazermos o cálculo de Amortizações com entradas diferentes das prestações, temos que deduzir a entrada do valor do financiamento. Teremos então um novo valor do bem, portanto a partir daí teremos uma série postecipada.

<u>EXERCÍCIOS:</u>

1) Um veículo custa R$9.500,00 à vista, mas pode ser vendido com 20% de entrada e o restante em 12 meses, à uma taxa de 5% a. m. Calcule o valor das prestações.

2) Uma máquina de lavar roupas está sendo vendida em 6 pagamentos iguais de R$185,00, sendo cobrada uma taxa de 6,5% a.m. e o comprador dará ainda 30% de entrada. Qual o seu preço a vista?

3) Quanto deverei dar de entrada (tanto em valor quanto em percentagem) para comprar uma TV que está sendo vendida por R$1.800,00 à vista, ou em 15 pagamentos iguais de R$190,00, à uma taxa de 7% a.m.

4) Uma imobiliária, especializada na venda de apartamentos usados, põe à venda uma “kitchenette” por R$120.000,00 a vista ou em 60 meses a prazo, com uma entrada de R$30.000,00. Qual é o valor da prestação mensal, se foi considerada a taxa de 12% ao ano?

5) Um blusão de couro, importado, é vendido por R$5.000,00 a vista ou por R$1.000,00 de entrada mais prestações mensais de R$480,97. Sabendo-se que a taxa de juros considerada é de 3,5% ao mês. Qual é o número de prestações?

6) Queremos substituir dois títulos, um de 50.000,00 para 90 dias e outro de 120.000,00 para 60 dias, por três outros de mesmo valor nominal, vencíveis respectivamente em 30, 60, e 90 dias. Calcular o valor nominal dos três títulos, sabendo-se que a taxa de juros da transação é de 3% a.m..

5.1.2 – Capitalizações:

Determinação do **montante** constituído por pagamentos periódicos de quantias constantes sobre as quais incide a mesma taxa.

Na Capitalização o raciocínio é semelhante à Amortização, porém o objetivo é formar um montante (valor futuro). Poderá também ser uma série antecipada ou postecipada.

Fórmulas Básicas:

$$FV = PMT \; \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Série Postecipada

$$FV = PMT \; \frac{(1+i)^{n+1} - 1 - i}{i}$$

Série Antecipada

$FV = PV (l + i)^n$ *(Série Simples)*

$I_q = [(l + i_t)^{q/t} - 1] \times 100$ *(Equiv. de taxas)*

Exercícios:

1 – Quanto deverei depositar mensalmente em uma caderneta de poupança que rende 5 % a.m., durante 8 meses para formar um capital futuro de R$10.000,00, sendo o primeiro depósito efetuado no início do primeiro mês?

2 – Qual será o valor futuro de uma aplicação de R$2.500,00 por mês, durante 12 meses, sabendo-se que a taxa será de 8% a.m. e os depósitos serão sempre no final do mês?

3 – A que taxa mensal deverá ser aplicada 10 prestações iguais de R$1.500,00, para se obter um montante final de R$20.000,00? (série postecipada)

4 – Um poupador quer saber quantos depósitos de R$300,00 ele deverá fazer, para se formar um montante de R$8.500,00 à taxa de juros de 12% a.a..(série antecipada)

QUADRO GERAL DE FÓRMULAS (juros compostos)

SÉRIES DE PAGAMENTOS (ANTECIPADAS)

$$PV = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1} \times i} \right]$$ **- Amortização**

$$n = \frac{\ln \left[\dfrac{PMT\,(1+i)}{PMT\,(1+i) - (PV \times i)} \right]}{\ln (1+i)}$$ **- Amortização**

$$FV = PMT \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1 - i}{i} \right]$$ **- Capitalização**

$$n = \frac{\ln \left[\dfrac{FV \times i}{PMT} + 1 + i \right]}{\ln (1+i)} - 1$$ **- Capitalização**

SÉRIES DE PAGAMENTOS (POSTECIPADAS)

$$PV = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n} \times i} \right]$$ **- Amortização**

$$n = \frac{- \ln \left[1 - \dfrac{PV}{PMT} \times i \right]}{\ln (1+i)}$$ **- Amortização**

$$FV = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$ **- Capitalização**

$$\ln \left[\frac{FV \times i}{} + 1 \right]$$ **- Capitalização**

$$n = \frac{PMT}{\ln(1+i)}$$

6 – SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO:

A aplicação financeira tem como objetivo constituir um valor em uma data futura, por meio de *capitalização.* Em sentido oposto, quando se contrai uma divida, seu resgate é feito pelo processo de *amortização.*

Os principais sistemas de amortização são:

- sistema de amortização constante;
- sistema francês;
- sistema americano.

Suponha-se a amortização de um empréstimo *(C)* no valor de $ 100.000, contratado à taxa de juros *(i)* de 10% a.m., pelo prazo *(n)* de cinco meses.

Os quadros 7.1, 7.2 e 7.3 evidenciam a evolução do saldo devedor (S), em função da forma de amortização *(A),* que impacta os juros *(J)* e a prestação *(PMT).*

Sistema de amortização constante

No *sistema de amortização constante* (SAC), a amortização é feita em parcelas iguais e, portanto, os valores dos juros e das prestações são decrescentes.

Quadro 7.1 *Sistema de amortização constante.*

MÊS	**Saldo Devedor**	**Amortização**	**Juros**	**Prestação**
(n)	**(S_n=S_{n-1}+J-PMT)**	**(A=C/n)**	**(J=S_{n-1} . i)**	**(PMT=A+J)**
0	100.000,00	-	-	-
1	80.000,00	20.000,00	10.000,00	30.000,00
2	60.000,00	20.000,00	8.000,00	28.000,00
3	40.000,00	20.000,00	6.000,00	26.000,00
4	20.000,00	20.000,00	4.000,00	24.000,00
5	0,00	20.000,00	2.000,00	22.000,00

	Totais	100.000,00	30.000,00	130.000,00

Sistema de amortização francês (Tabela Price)

No *sistema de amortização francês* (SAF), o devedor faz o desembolso de modo que o valor das prestações seja uniforme durante todo o prazo de amortização. Portanto, a amortização *é* crescente e os juros decrescentes.

Quadro 7.2 *Sistema de amortização francês.*

MÊS	**Saldo Devedor**	**Amortização**	**Juros**	**Prestação (PMT)**
(n)	**($Sn=S_{n-1}$+J-PMT)**	**(A=PMT-J)**	**($J=S_{n-1}$. i)**	**Série Postecipada**
0	100.000,00	-	-	-
1	83.620,25	16.379,75	10.000,00	26.379,75
2	65.502,53	18.017,72	8.362,03	26.379,75
3	45.783,03	19.819,50	6.560,25	26.379,75
4	23.981,59	21.801,44	4.578,30	26.379,75
5	0,00	23.981,59	2.398,16	26.379,75
	Totais	100.000,00	31.898,74	131.898,74

Sistema de amortização americano

No *Sistema de Amortização Americano* (SAA), o valor do empréstimo é pago de uma só vez no final do prazo de amortização, e os juros são pagos no final de cada período de capitalização.

Quadro 7.3 *Sistema de amortização americano.*

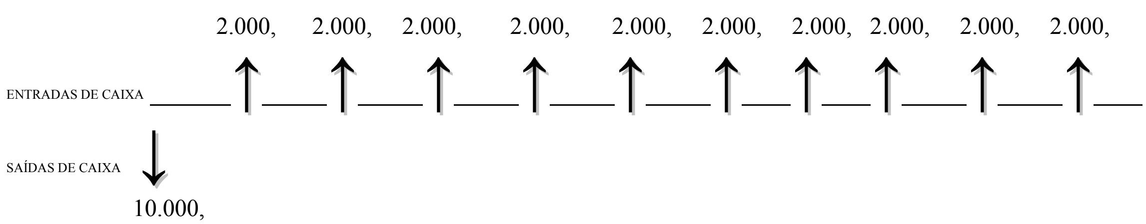
MÊS	**Saldo Devedor**	**Amortização**	**Juros**	**Prestação**
(n)	**($Sn=S_{n-1}$+J-PMT)**	**(A=C)**	**($J=S_{n-1}$. i)**	**(PMT=A+J)**
0	100.000,00	-	-	-
1	100.000,00		10.000,00	10.000,00
2	100.000,00		10.000,00	10.000,00
3	100.000,00		10.000,00	10.000,00
4	100.000,00		10.000,00	10.000,00
5	0,00	100.000,00	10.000,00	110.000,00

		Totais	100.000,00	50.000,00	150.000,00

7 – Técnicas de Avaliação dos Investimentos:

- Método do Valor Presente Líquido (VPL)
- Método do Valor Futuro Líquido (VFL)
- Método do Índice de Lucratividade (IL)
- Método da Taxa Interna de Retorno (TIR)
- Método do Prazo de Retorno (Payback)

FLUXO DE CAIXA CONVENCIONAL: Consiste de uma saída inicial de caixa seguida por uma série de entradas.



FLUXO DE CAIXA NÃO CONVENCIONAL: Qualquer fluxo de caixa que consiste em uma saída inicial de caixa que não é seguida por uma série de entradas.